

Formelsammlung Gyt

Analysis

Funktionen

Funktionenscharen-Ortskurven:

Koordinaten der Ortspunkte $P(u(t)|v(t))$

$$x = u(t) \text{ und } y = v(t)$$

x nach t umstellen und $t = u(x)$ in y einsetzen:

$$y = f_{OK}(x) = v(u(x)) \text{ ist Ortskurve}$$

Rechenregeln-Logarithmus

$$\ln(n \cdot v) = \ln(u) + \ln(v)$$

$$\ln\left(\frac{u}{v}\right) = \ln(u) - \ln(v)$$

$$\ln(u^r) = r \cdot \ln(u)$$

Differenzialrechnung

Kettenregel:

$$f(x) = u(v(x))$$

$$f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$$

Produktregel:

$$f = u \cdot v$$

$$f' = u'v + u \cdot v'$$

Quotientenregel:

$$f = \frac{u}{v}$$

$$f' = \frac{u'v - u \cdot v'}{v^2}$$

Exponentialfunktionen:

$$f(x) = e^x$$

$$f'(x) = e^x$$

In-Funktion:

$$f(x) = \ln(x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = \ln(|u(x)|)$$

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

Integralrechnung

Exponentialfunktionen:

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int u'(x) \cdot e^{u(x)} dx = e^{u(x)} + c$$

In-Funktion:

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(|x|) + c$$

$$\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \ln(|u(x)|) + c$$

Substitutionsverfahren:

$$\int f(g(x)) dx$$

1. Bilde folgende Gleichungen

$$z = g(x); \quad z' = \frac{dz}{dx} = g'(x); \quad dx = \frac{dz}{g'(x)}$$

2. Ersetze g(x) durch z und die durch $\frac{dz}{g'(x)}$

3. Berechne das Integral

4. Resubstituiere z durch g(x)

Partielle Integration:

$$\int u \cdot v' dx = u \cdot v - \int u' \cdot v dx$$

Formelsammlung Gyt

Lineare Algebra - Vektoren

Winkel zwischen zwei Vektoren:

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Einheitsvektor:

$$\vec{n}_0 = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}$$

Lineare Algebra - Geraden

Allgemeiner Geradengleichung:

$$g: \vec{x} = \vec{p} + t \cdot \vec{u}$$

Abstand windschiefer Geraden:

$$d = |(\vec{q} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0|; \quad \vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$$

Schnittwinkel zweier Geraden:

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|}$$

Spurpunkte: Spurpunkte sind die Punkte an denen die Gerade die Koordinatenebenen durchstößt.

Lineare Algebra - Ebenen

Parameterform:

$$E: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$$

Normalenform:

$$E: (\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0; \quad \vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$$

Hesse'sche Normalform:

$$E: (\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0 = 0$$

Koordinatenform:

$$E: a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 = b; \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

Achsenabschnittsform:

$$E: \frac{x_1}{u} + \frac{x_2}{v} + \frac{x_3}{w} = 1$$

Abstand Punkt-Ebene:

$$d = |(\vec{r} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0|$$

$$d = \left| \frac{a_1 \cdot r_1 + a_2 \cdot r_2 + a_3 \cdot r_3 - b}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \right|$$

Schnittwinkel Gerade – Ebene:

$$\sin(\alpha) = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{n}_1|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{n}_1|}$$

Schnittwinkel zweier Ebenen:

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

Spurgerade: Die Spurgeraden sind die Schnittgeraden einer Ebene mit den Koordinatenebenen.