

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

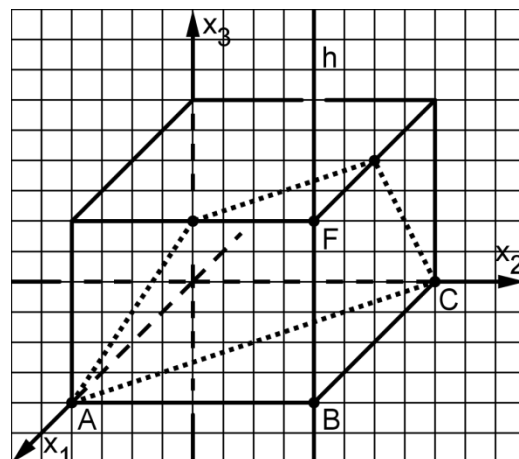
Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A2)	WTR

1 Aufgabe

Die Punkte $A(4|0|0)$, $B(4|4|0)$, $C(0|4|0)$ und $F(4|4|3)$ sind Eckpunkte des abgebildeten Quaders. Die Gerade h verläuft durch B und F .



a Begründen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig und gleichschenkelig ist. Geben Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks an. 3

b Geben Sie eine Gleichung der Gerade an, die durch A und C verläuft. Begründen Sie, dass diese Gerade windschief zur Gerade h ist. 3

Die Punkte der Gerade h lassen sich durch $P_t(4|4|t)$ mit $t \in \mathbb{R}$ darstellen. Für jeden Wert von t liegen A , C und P_t in der Ebene $E_t: t \cdot x_1 + t \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 - 4t = 0$.

c Ermitteln Sie diejenigen Werte von t , für die die zugehörige Ebene E_t mit der x_1x_2 -Ebene einen Winkel der Größe 60° einschließt. 4

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Der abgebildete Quader wird durch eine der Ebenen E_t in zwei Teilkörper zerlegt. Die Seiten der Schnittfigur dieser Ebene und des Quaders sind in der Abbildung gepunktet dargestellt.

- d** Beschreiben Sie, wie man mithilfe der Abbildung ermitteln kann, dass $t = 6$ ist. 3
- e** Berechnen Sie das Volumen desjenigen der beiden Teilkörper, zu dem der Punkt B gehört, und erläutern Sie Ihr Vorgehen. 5
- f** Es gibt Werte von t , für die die Schnittfigur des Quaders und der Ebene E_t die Form eines Dreiecks hat. Geben Sie alle diese Werte von t an und beschreiben Sie in Abhängigkeit von t die Lage der Eckpunkte des Dreiecks. 4
- g** Die folgende Aussage stellt die Lösung einer Aufgabe im Zusammenhang mit den bisher betrachteten geometrischen Objekten dar: 3

$$\left| \frac{t \cdot 4 + t \cdot 4 - 4 \cdot 0 - 4t}{\sqrt{t^2 + t^2 + 16}} \right| = 2 \Leftrightarrow t = -2\sqrt{2} \vee t = 2\sqrt{2}$$

Formulieren Sie eine dazu passende Aufgabenstellung.

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	Den Koordinaten der gegebenen Punkte ist zu entnehmen, dass das Viereck OABC ein Quadrat ist. Damit ist das Dreieck ABC rechtwinklig und gleichschenkelig. Flächeninhalt: 8	3
b	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, u \in \mathbb{R}$ Die Gerade h schneidet die x_1x_2 -Ebene im Punkt B. Die Gerade durch A und C liegt in der x_1x_2 -Ebene und verläuft nicht durch B.	3
c	$\cos(60^\circ) = \frac{\left \begin{pmatrix} t \\ t \\ -4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right }{\sqrt{t^2 + t^2 + 16}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{\sqrt{2t^2 + 16}} \Leftrightarrow 2t^2 + 16 = 64 \Leftrightarrow t = -\sqrt{24} \vee t = \sqrt{24}$	4
d	Verlängert man eine passende Seite der Schnittfigur so, dass die Verlängerung die Gerade h schneidet, so stimmt die x_3 -Koordinate des Schnittpunkts mit dem Wert von t überein.	3

e	Volumen der Pyramide $ABCP_6$: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 = 16$ Volumen der Pyramide, die den betrachteten Teilkörper zur Pyramide $ABCP_6$ ergänzt: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2$ Volumen des betrachteten Teilkörpers: $16 - 2 = 14$	5
f	$t \in [-3; 3] \setminus \{0\}$ Zwei der Eckpunkte sind stets die Punkte A und C. Für $0 < t \leq 3$ liegt der dritte Eckpunkt auf der Seitenkante \overline{BF} des Quaders, für $-3 \leq t < 0$ auf der gegenüberliegenden Seitenkante.	4
g	Bestimmen Sie diejenigen Werte von t, für die B und E_t den Abstand 2 voneinander haben.	3
		25

3 Standardbezug

Teilaufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen ²						Anforderungsbereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3		X	X			I			I	I		X		
b	3	X		X			I				I	I	X		
c	4	X	X	X				II			II			X	
d	3			X			II			II		II		X	
e	5		X	X			II	II			I			X	
f	4			X				III		III		II			X
g	3	X	X	X			III			III	II				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.