

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

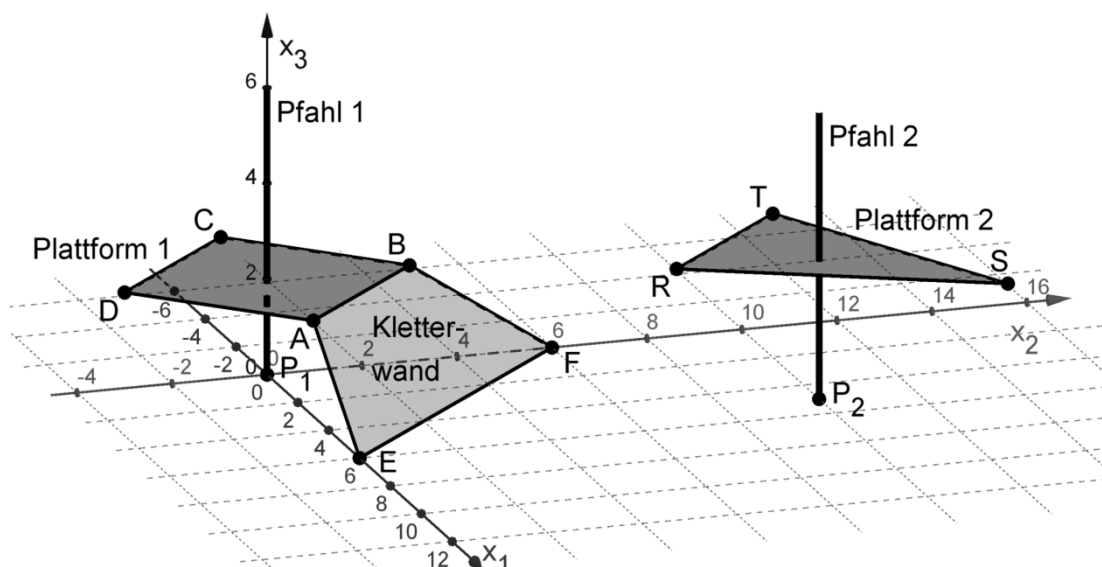
Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A2)	WTR

1 Aufgabe

Die Abbildung zeigt modellhaft wesentliche Elemente einer Kletteranlage: zwei horizontale Plattformen, die jeweils um einen vertikal stehenden Pfahl gebaut sind, sowie eine Kletterwand, die an einer der beiden Plattformen angebracht ist.



Im verwendeten kartesischen Koordinatensystem beschreibt die x_1x_2 -Ebene den horizontalen Untergrund; eine Längeneinheit entspricht 1 m in der Wirklichkeit. Die Punkte, in denen die Pfähle aus dem Untergrund austreten, werden durch $P_1(0|0|0)$ und

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

$P_2(5|10|0)$ dargestellt. Außerdem sind die Koordinaten der Eckpunkte $A(3|0|2)$, $B(0|3|2)$, $E(6|0|0)$, $F(0|6|0)$, $R(5|7|3)$, $S(8|13|3)$ und $T(2|10|3)$ gegeben. Die Materialstärke aller Bauteile der Anlage soll vernachlässigt werden.

- a** In den Mittelpunkten der oberen und unteren Kante der Kletterwand sind die Enden eines Seils befestigt, das 20 % länger ist als der Abstand der genannten Mittelpunkte. Berechnen Sie die Länge des Seils. 3

Die Punkte A, B, E und F liegen in der Ebene $L: 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 12 = 0$.

- b** Zeigen Sie, dass die Kletterwand die Form eines Trapezes hat. 2
- c** Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den die Kletterwand mit dem Untergrund einschließt. 3
- d** Auf die Anlage treffendes Sonnenlicht kann im Modell durch parallele Geraden beschrieben werden. Die Eckpunkte der Plattform 2 werden durch R, S und T dargestellt, die zugehörigen Eckpunkte des Schattens dieser Plattform durch $R'(4|2|0)$, S' bzw. $T'(1|5|0)$. Zeigen Sie rechnerisch, dass T' auf der Strecke \overline{EF} liegt. Berechnen Sie die Koordinaten von S' und stellen Sie den Schatten der Plattform 2 in der obigen Abbildung grafisch dar. 6

Über ein Kletternetz kann man von einer Plattform zur anderen gelangen. Die vier Eckpunkte des Netzes sind an den beiden Pfählen befestigt; einer der beiden unteren Eckpunkte am Pfahl 1 auf der Höhe der zugehörigen Plattform, der andere untere Eckpunkt oberhalb der Plattform 2. An jedem Pfahl beträgt der Abstand der beiden dort befestigten Eckpunkte des Netzes 1,80 m. Das Netz ist so gespannt, dass davon ausgegangen werden kann, dass es die Form eines ebenen Vierecks hat.

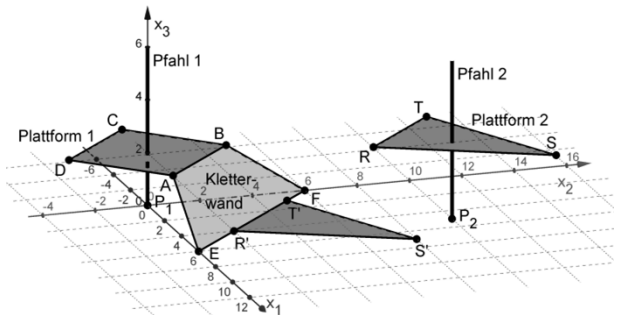
- e** Berechnen Sie den Flächeninhalt des Netzes. 3
- f** Die untere Netzkante berührt die Plattform 2 an der Seite, die durch \overline{RT} dargestellt wird. Betrachtet wird der untere Eckpunkt des Netzes, der oberhalb der Plattform 2 befestigt ist. Berechnen Sie den Abstand dieses Eckpunkts von der Plattform 2. 8

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	Die Mittelpunkte von \overline{AB} und \overline{EF} sind $M_1(1,5 1,5 2)$ bzw. $M_2(3 3 0)$. $1,2 \cdot \overline{M_1M_2} = 1,2 \cdot \sqrt{1,5^2 + 1,5^2 + 4} \approx 3,5$, d. h. das Seil ist etwa 3,5 m lang.	3
b	$\overline{EF} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot \overline{AB}$	2

c	Mit $\vec{m} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ergibt sich: $\cos \alpha = \frac{\vec{m} \circ \vec{n}}{ \vec{m} \cdot \vec{n} } = \frac{3}{\sqrt{17}}$, d. h. $\alpha \approx 43^\circ$	3
d	$\vec{ET'} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = 5 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 5 \cdot \vec{T'F}$ $\vec{P_1S} + \vec{RR'} = \begin{pmatrix} 8 \\ 13 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$ $S'(7 8 0)$ 	6
e	$1,8 \cdot \vec{P_1P_2} = 9\sqrt{5}$ Das Netz hat einen Flächeninhalt von etwa 20m^2 .	3
f	Bezeichnet man den Punkt, der den betrachteten Eckpunkt darstellt, mit U und dessen z-Koordinate mit z_U , so hat die Gleichung der Gerade durch $(0 0 2)$ und U die Form $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ z_U - 2 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$. Gerade durch R und T: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mu \in \mathbb{R}$ Aus $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ z_U - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ resultiert das folgende Gleichungssystem: I $5\lambda = 5 - 3\mu$ II $10\lambda = 7 + 3\mu$ III $2 + (z_U - 2) \cdot \lambda = 3$ Aus I und II ergibt sich $\lambda = 0,8$ und damit $z_U = 3,25$, d. h. der Abstand beträgt 25 cm.	8
		25

3 Standardbezug

Teilaufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen ²						Anforderungsbereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3	X	X	X					I	I	I		X		
b	2	X		X			I		I		I		X		
c	3	X	X	X				I	I		II			X	
d	6	X		X			II		I	II				X	
e	3	X	X	X					I	I	II			X	

² Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

f	8	X	X	X				III	III		II				X
---	---	---	---	---	--	--	--	-----	-----	--	----	--	--	--	---

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.