Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2018

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet[1]	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A2)	WTR

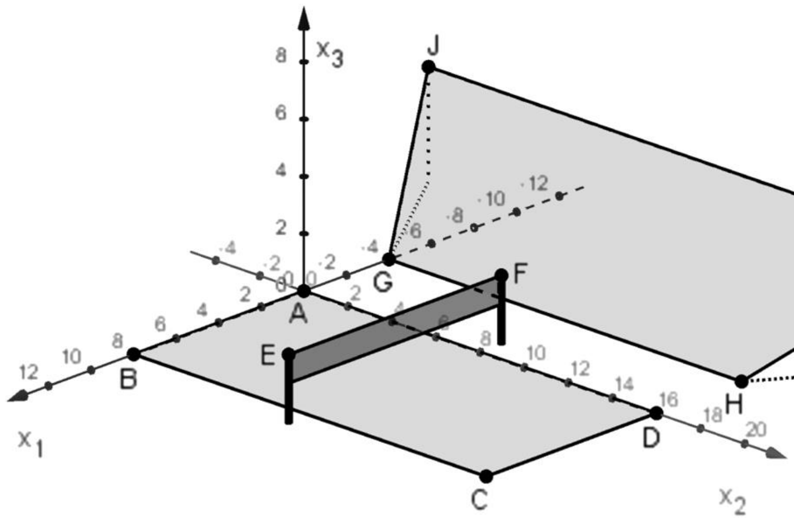
1 Aufgabe

BE

Die beiden quadratischen Spielhälften eines Beachvolleyballfelds sind jeweils 8 m lang und breit. Sie werden durch ein Netz voneinander getrennt, dessen obere Kante 2,4 m über dem horizontalen Sandboden verläuft. Das Netz ist an zwei vertikal stehenden Pfosten befestigt, die 10 m voneinander entfernt sind. Die beiden Pfosten haben den gleichen Abstand von den seitlichen Begrenzungslinien des Spielfelds.

Für ein Computerspiel werden das Spielfeld, das Netz und eine Tribüne vereinfacht, aber maßstabsgetreu in einem kartesischen Koordinatensystem dargestellt (vgl. Abbildung). Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 m in der Realität; die x_1x_2-Ebene beschreibt den Sandboden.

[1] verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)



Die Punkte A, B, C und D sind die Eckpunkte des Spielfelds. Die beiden Strecken, die die Pfosten abbilden, enden in den Punkten E und $F(-1|8|2{,}4)$ an der Oberkante des Netzes. Die Tribüne wird durch ein Viereck dargestellt, dessen Eckpunkte $G(-4|0|0)$, $H(-4|16|0)$, $I(-10|20|4)$ und $J(-10|-4|4)$ in der Ebene $L: 2x_1 + 3x_3 = -8$ liegen.

a Zeigen Sie, dass die Tribüne die Form eines Trapezes hat, in dem zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang sind. 3

b In der Realität nimmt man an, dass pro Person $0{,}5\,m^2$ der Tribüne eingenommen werden. Ermitteln Sie die Anzahl der Zuschauer, die im Computerspiel dargestellt werden müssen, um eine voll besetzte Tribüne zu zeigen. 5

c Berechnen Sie den Abstand des Punkts F von der Ebene L. 3

d Begründen Sie anhand einer geeigneten Zeichnung, dass kein Punkt des Vierecks, das die Tribüne darstellt, vom Punkt F den gleichen Abstand wie die Ebene L hat. 4

Im Folgenden wird der Ball im Modell vereinfachend als punktförmig angenommen.

e Nach einem Angriffsschlag bewegt sich der Ball vom Punkt $(2|7{,}5|3)$ aus geradlinig in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$. Untersuchen Sie rechnerisch, ob der Ball das Netz berührt. 4

Ein Aufschlag wird hinter der parallel zum Netz verlaufenden Begrenzungslinie der von der Tribüne aus gesehen rechten Spielfeldhälfte ausgeführt. Anschließend kann die Bahn des Balls mithilfe der Punkte $X_t\left(3|12t-1|-5t^2+4t+2{,}8\right)$ beschrieben werden; dabei ist t die seit dem Schlag vergangene Zeit in Sekunden. Auf dieser Bahn überfliegt der Ball das Netz.

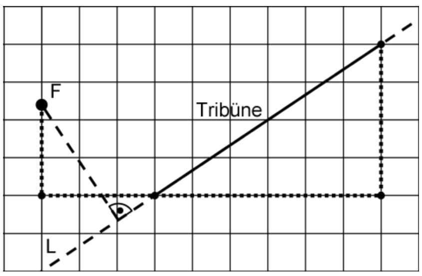
f Begründen Sie, dass sich der Ball in einer Ebene bewegt, und geben Sie eine Gleichung dieser Ebene an. 2

g Untersuchen Sie, ob der Ball innerhalb des Spielfelds auf dem Boden auftrifft, wenn er nach dem Aufschlag von keinem Spieler berührt wird. 4

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	$\overrightarrow{GH}=\begin{pmatrix}0\\16\\0\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{IJ}=\begin{pmatrix}0\\-24\\0\end{pmatrix}$ sind kollinear und es gilt $\left\|\overrightarrow{GJ}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}-6\\-4\\4\end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}-6\\4\\4\end{pmatrix}\right\| = \left\|\overrightarrow{HI}\right\|$.	3
b	Mittelpunkte der Seiten GH und IJ sind $M(-4\|8\|0)$ bzw. $N(-10\|8\|4)$. $\frac{1}{2}\cdot\left(\left\|\overrightarrow{GH}\right\|+\left\|\overrightarrow{IJ}\right\|\right)\cdot\left\|\overrightarrow{MN}\right\|\approx 144$, $\frac{144}{0,5}=288$	5
c	$\frac{\|2\cdot(-1)+3\cdot 2,4+8\|}{\sqrt{13}}\approx 3,7$	3
d	 Der Fußpunkt des Lots von F auf L liegt außerhalb des Vierecks, das die Tribüne darstellt. Damit sind die Abstände aller Punkte dieses Vierecks vom Punkt F größer als der Abstand der Ebene L vom Punkt F.	4
e	Der Ball bewegt sich vom Abschlagpunkt bis zur Ebene, in der sich das Netz befindet, 0,5 in x_2-Richtung und $\frac{0,5}{4}\cdot 3=0,375$ in negative x_3-Richtung. $3-0,375=2,625>2,4$, d. h. der Ball berührt das Netz nicht.	4
f	Alle Punkte X_t haben die gleiche x_1-Koordinate. Gleichung der Ebene: $x_1=3$	2
g	Für $t\geq 0$ liefert $-5t^2+4t+2,8=0$: $t=\frac{-4-\sqrt{4^2-4\cdot(-5)\cdot 2,8}}{2\cdot(-5)}\approx 1,25$ Für den Punkt X_t mit der x_3-Koordinate 0 gilt $x_2\approx 12\cdot 1,25-1=14$. Der Ball trifft also innerhalb des Spielfelds auf dem Boden auf.	4
		25

3 Standardbezug

Teil-aufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen[2]						Anforderungs-bereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3		X	X			I				I	I	X		

[2] Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

b	5		X	X				II	II		I			X	
c	3		X	X							II			X	
d	4		X	X			II			III		II			X
e	4	X		X				II	II		I			X	
f	2			X			I		I			I	X		
g	4	X		X				III	III		II				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster[3] vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

[3] Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.