

3. Gegeben ist die Funktion $f(x) = (4 - 8x) \cdot e^{2x}$.
Die Funktion beschreibt den Bestand einer aussterbenden Tierpopulation.

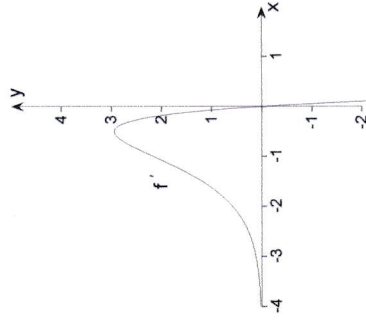
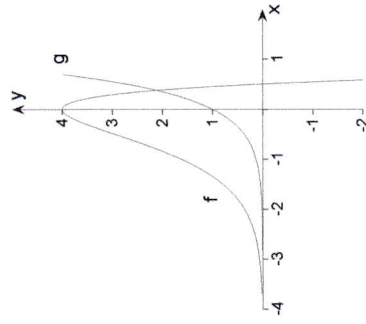
- Untersuchen Sie die Funktion, auch auf Monotonie und Krümmung. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion.
(zur Kontrolle: $f'(x) = -16x \cdot e^{2x}$)
- Wie ist a zu wählen, damit $F(x) = 4e^{2x} - ax \cdot e^{2x}$ eine Stammfunktion von f ist?
- Skizzieren Sie die 1. Ableitung von f ohne schriftliche Berechnungen durchzuführen. (neues Koordinatensystem).
- Berechnen Sie exakt (ohne Taschenrechner) den Inhalt der (zu einer Seite unbegrenzten) Fläche, die der Graph von f mit dem Graphen von $g(x) = e^{2x}$ einschließt.

3. Gegeben ist die Funktion $f(x) = (4 - 8x) \cdot e^{2x}$.
Die Funktion beschreibt den Bestand einer aussterbenden Tierpopulation.

- Untersuchen Sie die Funktion, auch auf Monotonie und Krümmung. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion.
(zur Kontrolle: $f'(x) = -16x \cdot e^{2x}$)
- Wie ist a zu wählen, damit $F(x) = 4e^{2x} - ax \cdot e^{2x}$ eine Stammfunktion von f ist?
- Skizzieren Sie die 1. Ableitung von f ohne schriftliche Berechnungen durchzuführen. (neues Koordinatensystem).
- Berechnen Sie exakt (ohne Taschenrechner) den Inhalt der (zu einer Seite unbegrenzten) Fläche, die der Graph von f mit dem Graphen von $g(x) = e^{2x}$ einschließt.

Lösung:

- $N(\frac{1}{2} | 0)$
Monotonie: f für $x < 0$ monoton wachsend, f für $x > 0$ monoton fallend, $\text{Max}(0 | 4)$
Krümmung: $f''(x) = e^{2x} \cdot (-16 - 32x)$
 $f''(x) < 0 \iff -16 - 32x < 0 \iff x > -\frac{1}{2}$, f ist für $x > -\frac{1}{2}$ rechtsgekrümmt,
 $f''(x) > 0 \iff -16 - 32x > 0 \iff x < -\frac{1}{2}$, f ist für $x < -\frac{1}{2}$ linksgekrümmt,
W $-\frac{1}{2} | \frac{8}{3}$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$



b) $F'(x) = 8e^{2x} - ae^{2x} - 2ax \cdot e^{2x} \implies a = 4$

c) siehe Graph von f'

d) Schnittbedingung: $f(x) = g(x) \implies x = \frac{3}{8}$

$$A = \int_{-\infty}^{\frac{3}{8}} (f(x) - g(x)) dx = \int_{-\infty}^{\frac{3}{8}} (4e^{2x} - 4x \cdot e^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x}) dx = 2e^{\frac{3}{4}}$$