

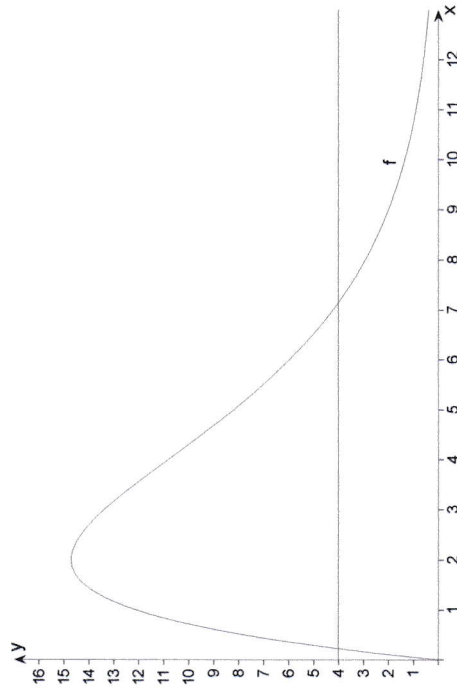
Konzentration eines Medikaments

8. Durch $f(t) = 20t \cdot e^{-0.5t}$ wird die Konzentration eines Medikaments im Blut eines Patienten beschrieben. Dabei wird t in Stunden seit der Einnahme und $f(t)$ in $\frac{\text{mg}}{\text{l}}$ gemessen. Die folgenden Betrachtungen sind nur für die Zeitspanne der ersten 12 Stunden nach der Einnahme des Medikaments durchzuführen.
- Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Konzentration.
Nach welcher Zeit erreicht die Konzentration ihren höchsten Wert?
Das Medikament ist nur wirksam, wenn seine Konzentration im Blut mindestens $4 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$ beträgt. Berechnen Sie die Zeitspanne, in der das Medikament wirksam ist.
Welcher Wert kann als mittlere Konzentration innerhalb der ersten 12 Stunden angesehen werden (betrachten Sie hierzu ein flächengleiches Rechteck)?
 - Zum Zeitpunkt t_0 wird das Medikament am stärksten abgebaut.
Beschreiben Sie quantitativ (also mit Zahlen) die Veränderung der Konzentration zu diesem Zeitpunkt.
Ab dem Zeitpunkt $t = 4$ wird die Konzentration des Medikaments nun näherungsweise durch die Tangente an den Graphen von f an dieser Stelle beschrieben.
Bestimmen Sie damit den Zeitpunkt, zu dem das Medikament vollständig abgebaut ist.
 - Anstelle der Näherung aus Teilaufgabe b) wird nun wieder die Beschreibung der Konzentration durch f verwendet.
Vier Stunden nach der ersten Einnahme wird das Medikament in der gleichen Dosierung erneut eingenommen. Es wird angenommen, dass sich dabei die Konzentrationen im Blut des Patienten addieren.
Skizzieren und erläutern kurz Sie den zeitlichen Verlauf der Gesamtkonzentration für $0 \leq t \leq 12$.
Ermitteln Sie algebraisch den Zeitpunkt der maximalen Gesamtkonzentration (notwendige Bestimmung genügt).
 - Das Medikament wird nun in seiner Zusammensetzung verändert. Die Konzentration des Medikaments im Blut wird durch $g(t) = at \cdot e^{-bt}$ und $a > 0$ und $b > 0$ beschrieben.
Bestimmen Sie die Konstanten a und b , wenn die Konzentration vier Stunden nach der Einnahme ihren größten Wert $10 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$ erreicht.

Konzentration eines Medikaments Ergebnisse

8. Durch $f(t) = 20t \cdot e^{-0.5t}$ wird die Konzentration eines Medikaments im Blut eines Patienten beschrieben. Dabei wird t in Stunden seit der Einnahme und $f(t)$ in $\frac{\text{mg}}{\text{l}}$ gemessen. Die folgenden Betrachtungen sind nur für die Zeitspanne der ersten 12 Stunden nach der Einnahme des Medikaments durchzuführen.

- a) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Konzentration.



- b) Nach welcher Zeit erreicht die Konzentration ihren höchsten Wert?
Das Medikament ist nur wirksam, wenn seine Konzentration im Blut mindestens $4 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$ beträgt.
Berechnen Sie die Zeitspanne, in der das Medikament wirksam ist. $t_2 - t_1 = 7.15 - 0.22 = 6.93$
Welcher Wert kann als mittlere Konzentration innerhalb der ersten 12 Stunden angesehen werden (betrachten Sie hierzu ein flächengleiches Rechteck)? $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = 6.55 \left(\frac{\text{mg}}{\text{l}}\right)$
- b) Zum Zeitpunkt t_0 wird das Medikament am stärksten abgebaut.
Beschreiben Sie quantitativ (also mit Zahlen) die Veränderung der Konzentration zu diesem Zeitpunkt.
Ab dem Zeitpunkt $t = 4$ wird die Konzentration des Medikaments nun näherungsweise durch die Tangente an den Graphen von f an dieser Stelle beschrieben.
 $y = -2.71x + 21.65$
Bestimmen Sie damit den Zeitpunkt, zu dem das Medikament vollständig abgebaut ist. $t = 8$