

Konzentration eines Medikaments Ergebnisse zur Ergänzung

Durch die Einnahme eines Medikamentes zum Zeitpunkt $t = 0$ gelangt ein bestimmter Wirkstoff in das Blut des Patienten. Die Wirkstoffkonzentration, die zum Zeitpunkt $t \in [0, 24]$ im Körper des Patienten ist, kann durch eine Funktion der Funktionenschar $f_k(t) = 20t \cdot e^{-kt}$, $k > 0$, beschrieben werden. Dabei wird die Zeit t in Stunden und die Wirkstoffkonzentration in $\frac{\text{mg}}{\text{l}}$ angegeben.

- a) Berechnen Sie die Extrempunkte der Funktionenschar sowie eine Gleichung der Ortslinie der Extrempunkte.
 $E\left(\frac{1}{k} \mid \frac{20}{k}e\right)$, $y = \frac{20}{e}t$
- b) Durch eine entsprechende Dosierung der Einnahmemenge kann man den Parameter k beeinflussen. Innerhalb welcher Grenzen muss k liegen, damit die maximale Wirkstoffkonzentration $50 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$ nicht übersteigt?
 $k \geq 0,147$

Kraftstoffverbrauch

9. Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = (x^2 - k + 1)e^{-x}$ $k \in \mathbb{R}$

- a) Untersuchen Sie die Funktionenschar im Hinblick auf folgende Aspekte:
Verhalten für $x \rightarrow \infty$ bzw. $x \rightarrow -\infty$
Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen
zur Kontrolle: $f'_k(x) = (-x^2 + 2x + k - 1)e^{-x}$
- b) Zeigen Sie, dass alle Extrempunkte auf dem Graphen einer Funktion g liegen, und bestimmen Sie $g(x)$. Untersuchen Sie, welche Punkte des Graphen von g nicht Extrempunkte der Funktionenschar f_k sind.
- c) Der momentane Kraftstoffverbrauch (in $\frac{\text{l}}{\text{min}}$) eines Motors während eines 2-minütigen Testlaufs kann für $0 \leq x \leq 2$ (x in min) beschrieben werden durch die Funktion f_k und $0,5 \leq k \leq 0,9$. Dabei hängt der Parameter k von spezifischen Einstellungen des Motors ab.
- i) Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die Änderungsrate des momentanen Kraftstoffverbrauchs in Abhängigkeit vom jeweiligen Parameter k am größten ist.
- ii) Der gesamte Kraftstoffverbrauch während des 2-minütigen Testlaufs soll nicht größer als 1 l sein. Untersuchen Sie, welche Einschränkungen sich hieraus für den Parameter $k \in [0,5; 0,9]$ ergeben.