9. Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = (x^2 - k + 1)e^{-x}$; $k \in \mathbb{R}$

a) Untersuchen Sie die Funktionenschar im Hinblick auf folgende Aspekte:
Verhalten für $x \to \infty$ bzw. $x \to -\infty$
Nullstellen, Extremstellen, $E_1(1 + \sqrt{k} \mid 2(1 + \sqrt{k}) \cdot e^{-(1+\sqrt{k})})$
Wendestellen $E_2(1 - \sqrt{k} \mid 2(1 - \sqrt{k}) \cdot e^{-(1-\sqrt{k})})$
zur Kontrolle: $f_k'(x) = (-x^2 + 2x + k - 1)e^{-x}$ $f_k''(x) = (3 - 4x + x^2 - k)e^{-x}$
$x_1 = 2 + \sqrt{1+k}$, $x_2 = 2 - \sqrt{1+k}$

b) Zeigen Sie, dass alle Extrempunkte auf dem Graphen einer Funktion g liegen, und bestimmen Sie $g(x)$. Untersuchen Sie, welche Punkte des Graphen von g nicht Extrempunkte der Funktionenschar f_k sind. $g(x) = 2xe^{-x}$
Für $k = 0$ liegt kein Extremum vor, d.h. $P(1 \mid 2e^{-1})$ ist kein Extremum.

c) Der momentane Kraftstoffverbrauch (in $\frac{l}{min}$) eines Motors während eines 2-minütigen Testlaufs kann für $0 \le x \le 2$ (x in min) beschrieben werden durch die Funktion f_k und $0,5 \le k \le 0,9$. Dabei hängt der Parameter k von spezifischen Einstellungen des Motors ab.

i) Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die Änderungsrate des momentanen Kraftstoffverbrauchs in Abhängigkeit vom jeweiligen Parameter k am größten ist. siehe Wendestellen

ii) Der gesamte Kraftstoffverbrauch während des 2-minütigen Testlaufs soll nicht größer als 1 l sein. Untersuchen Sie, welche Einschränkungen sich hieraus für den Parameter $k \in [0,5; 0,9]$ ergeben.
$-11e^{-2} + ke^{-2} + 3 - k \le 1 \implies k \in [0,59; 0,9]$

10. Der Inhalt eines Wasserspeichers wird durch die Funktion
$B(t) = 2 + 0,6t(t - 3)e^{-1,6t}$ beschrieben. Dabei ist $B(t)$ der Inhalt in Millionen m^3 und t die Zeit in Monaten, Beobachtungsbeginn $t = 0$, -dauer 7 Monate.

a) Wann war der Inhalt maximal und wie groß war er dann?

b) Wann war die Änderung des Inhalts extremal und wie groß war sie dann?

c) Nimmt der Inhalt am Ende des Beobachtungszeitraumes zu oder ab?

d) Wie groß ist der Mittelwert des Inhalts!