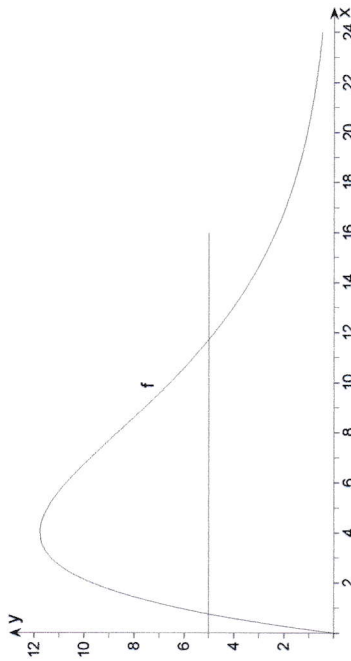


Konzentration eines Medikaments Ergebnisse

11. Durch $f(t) = 8t \cdot e^{-0.25t}$, $t \in [0, 24]$ wird die Konzentration eines Medikaments im Blut eines Patienten beschrieben. Dabei wird t in Stunden seit der Einnahme und $f(t)$ in $\frac{mg}{l}$ gemessen.

a) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Konzentration.



Nach welcher Zeit erreicht die Konzentration ihren höchsten Wert?
Das Medikament ist nur wirksam, wenn seine Konzentration im Blut mindestens $5 \frac{mg}{l}$ beträgt.

Berechnen Sie die Zeitspanne, in der das Medikament wirksam ist. $t_2 - t_1 = 11.73 - 0.75 = 10.98$

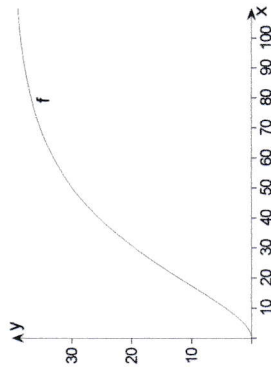
b) Können a und b so gewählt werden, dass $F(t) = (at + b) \cdot e^{-0.25t}$ eine Stammfunktion von f ist?
 $a = -32$, $b = -128$

Berechnen Sie die mittlere Konzentration innerhalb der ersten 12 Stunden:
 $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt = 8.54 \left(\frac{mg}{l}\right)$

c) Zu welchem Zeitpunkt wird das Medikament am stärksten abgebaut?
Beschreiben Sie quantitativ die Veränderung der Konzentration zu diesem Zeitpunkt.
 $t = 8$
 $f'(8) = -1.08$

d) Ab dem Zeitpunkt $t = 24$ wird die Konzentration des Medikaments nun näherungsweise durch die Tangente an den Graphen von f an dieser Stelle beschrieben.
Bestimmen Sie damit den Zeitpunkt, zu dem das Medikament vollständig abgebaut ist. $t = 28.8$

Buchenwachstum



12. Das Wachstum einer Buche kann durch

$$f(x) = 40 \left(1 - e^{-\frac{1}{25}x}\right)^2 \quad x \geq 0$$

modelliert werden, Baumhöhe $f(x)$ in m, Zeit x in Jahren.

a) bis d) sollen ohne GTR bearbeitet werden.

a) Welche maximale Höhe hat die Buche?

b) Zeigen Sie, dass die Wachstumsgeschwindigkeit durch

$$f'(x) = \frac{16}{5} \left(1 - e^{-\frac{1}{25}x}\right) e^{-\frac{1}{25}x}$$

Wohin strebt sie für $x \rightarrow \infty$?

Skizzieren Sie den Graphen von f' .

An welcher Stelle ist die Wachstumsgeschwindigkeit maximal?

Zwischenergebnis:

$$f''(x) = \frac{16}{125} \left(2e^{-\frac{1}{25}x} - 1\right) e^{-\frac{1}{25}x}$$

c) Die Wachstumsgeschwindigkeit einer zweiten Buche ist durch

$$g'(x) = e^{-\frac{1}{25}x} - e^{-\frac{2}{25}x}$$

gegeben.

Für diese Buche gilt auch $g(0) = 0$.

Vergleichen Sie die Wachstumsgeschwindigkeiten der beiden Buchen und treffen Sie eine Aussage über ihr unterschiedliches Wachstum.

d) Ermitteln Sie einen Funktionsterm für $g(x)$.

e) Zeichnen Sie den Graphen von g .

f) Nach welcher Zeit hat die erste Buche die halbe Baumhöhe erreicht?

g) Nach welcher Zeit beträgt die Höhendifferenz der beiden Buchen 10 m?